UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA
Asignatura: Física
Profesor: Dr. Emilio Vargas

Modelación
Regresión lineal por el método de los mínimos cuadrados.

Ejercicio.

Considere la siguiente tabla de datos, donde "***x***" es la variable independiente y representa el gasto volumétrico de aceite diesel que requiere a un calentador industrial. La variable "***y***" es la variable dependiente y representa el gasto volumétrico de oxígeno que requiere el calentador:
:

X **[m^3/s]**	0.10	0.25	0.50	0.80	1.00
Y **[m^3/s]**	31.62	8.00	2.82	1.39	1.00

a) Obtenga la función $y = c_1 x + c_2$, la suma de los errores y el coeficiente de correlación respectivo.

Solución:

a) Aplicando el método de mínimos cuadrados para obtener la ecuación de la línea recta $y = c_1 x + c_2$, Siendo n = 5, como el número de datos

$$c_1 = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad ..(1)$$

$$c_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 \sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad ..(2)$$

Se construye la siguiente tabla:

	x	y	x^2	$x\,y$
	0.10	*31.62*	0.01	3.162
	0.25	*8.00*	0.0625	2
	0.50	*2.82*	0.25	1.41
	0.80	*1.39*	0.64	1.112
	1.00	*1.00*	1	1
$\sum_{i=1}^{n}$	2.65	44.83	1.9625	8.684

Sustituyendo valores en (1) y (2), resulta:

$$c_1 = \frac{5\,(8.684) - (2.65)(44.83)}{5\,(1.9625) - (2.65)^2} = -27.01 \qquad ..(1)$$

$$c_2 = \frac{(1.9625)(44.83) - (2.65)(8.684)}{5\,(1.9625) - (2.65)^2} = 23.28 \qquad ..(2)$$

Por lo que la ecuación de la línea recta obtenida, toma la forma:

y = -27.01 x + 23.28 ◄

La suma de los errores, se obtiene restando los valores de la variable dependiente con los valores que se obtienen de la línea recta al evaluar la variable independiente. De esta forma se construye la siguiente tabla:

x	y	$y - (-27.01\,x + 23.28)$
0.10	31.62	11.03637097
0.25	8.00	-8.530967742
0.50	2.82	-6.956532258
0.80	1.39	-0.281209677
1.00	1.00	4.73233871
	$\sum_{i=1}^{n}$	-9.77×10^{-15}

Por lo que la suma de los errores es: -9.77×10^{-15} ◄

Finalmente, el coeficiente de correlación está dado por la ecuación:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad ..(3)$$

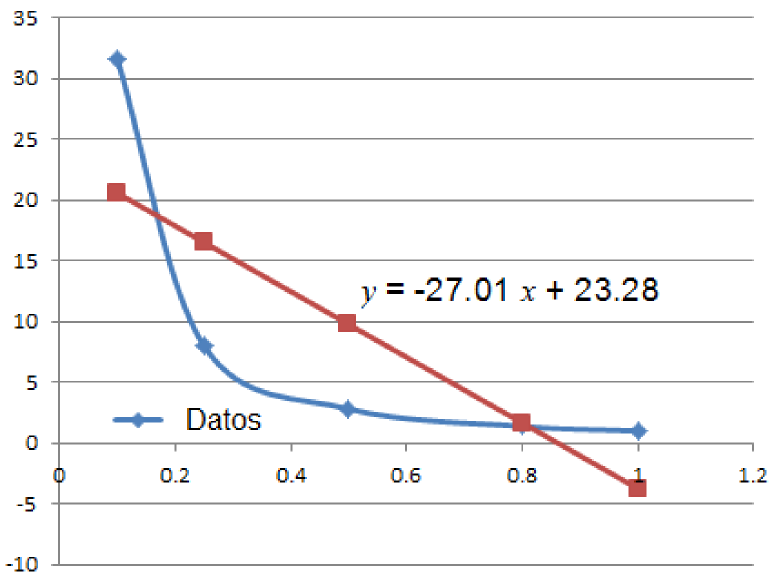
Siendo $\bar{x} = 0.53$ y $\bar{y} = 8.966$, lo que nos lleva a construir la siguiente tabla:

$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
-0.43	22.654	-9.74122	0.1849	513.203716
-0.28	-0.966	0.27048	0.0784	0.933156
-0.03	-6.146	0.18438	0.0009	37.773316
0.27	-7.576	-2.04552	0.0729	57.395776
0.47	-7.966	-3.74402	0.2209	63.457156
	$\sum_{i=1}^{n}$	-15.0759	0.558	672.76312

Sustituyendo valores en (3), se obtiene el valor del coeficiente de correlación:

$$r = \frac{-15.0759}{\sqrt{0.558} \times \sqrt{672.76312}} = -0.778$$

Por lo que se concluye que a pesar de que se tiene un error cercano a cero, el coeficiente de correlación indica que <u>la aproximación por línea recta no representa una buena dispersión de los valores</u>. Lo que se puede confirmar graficando los valores y la línea recta obtenida.



Tarea:

b) Determine la función $y = c_3\, e^{c_4 x}$, la suma de los errores y el coeficiente de correlación respectivo.
c) Obtenga la función $y = c_3\, x^{c_5}$, la suma de los errores y el coeficiente de correlación respectivo.
d) Compare los resultados obtenidos y sustente sus conclusiones.